〈게임이론과 진화 다이내믹스 - 최정규지음 〉(2009) 정리

- 조항현 h2jo23@gmail.com

제1부 게임이론의 기초

게임이론: 행위자 사이의 상호작용을 분석하는 이론
- 자신뿐 아니라 상대의 행동에 의해 내 보수/효용이 결정되는데, 이를 전략적 상호의존성이라 부른다.

동시 게임: 상대의 행동을 모른 상태에서 나의 행동을 결정
순차적 게임: 상대의 행동을 아는 상태에서 나의 행동을 결정

보수행렬을 이용하는 정규형, 게임트리를 이용하는 전개형

게임의 구성요소
- 경기자: N명이 있을 때, $I=\{1,2,\cdots,N\}$
- 전략: 경기자 i가 K개의 전략을 가질 때, $S_i=\{1,2,\cdots,K\}$
- 전략쌍: 각 경기자가 선택한 전략들의 집합 $s=(s_1,s_2,\cdots,s_N)$
- 전략공간: 가능한 모든 전략쌍의 집합 S
- 보수: 전략쌍에 의해 결정되는 보수 $\pi_i(s)$

강우월 전략: 상대가 내는 모든 전략에 대해 나에게 더 많은 보수를 주는 전략
강열등 전략: 상대가 내는 모든 전략에 대해 나에게 더 적은 보수를 주는 전략
약우월 전략: 상대가 내는 모든 전략에 대해 나에게 더 많거나 같은 보수를 주는 전략
약열등 전략: 상대가 내는 모든 전략에 대해 나에게 더 적거나 같은 보수를 주는 전략

보수행렬이 주어졌을 때 이로부터 각 경기자의 전략을 결정하는 방법
1. 강열등 전략의 반복적 제거(55쪽)
2. 내쉬균형 찾기
- 최적 대응(BR): 상대의 어떤 전략에 대해 나에게 더 많거나 같은 보수를 전략의 집합
- 내쉬균형(NE): 서로에게 BR인 전략쌍, 즉 경기자들이 NE를 벗어날 유인이 없어진다.

예) 조정게임

		경기자 2	
		전략 1	전략 2
경기자 1	전략 1	1,1	0,0
	전략 2	0,0	2,2

경기자 2의 전략 1에 대한 경기자 1의 최적 대응은 전략 1
NE는 (1,1)과 (2,2) 두 개

- NE가 두 개 이상일 경우, 세련화 필요
- 다소 비합리적으로 보이는 NE를 배제하는 방법: 손떨림으로부터 완전한 균형

혼합전략: 한 경기자가 자신의 순수전략들을 확률적으로 이용(즉, 각 순수전략에 부여된 확률들의 집합으로 혼합전략이 정의됨)
- 상대의 혼합전략에 대한 나의 순수전략 최적대응
- 상대의 혼합전략에 대한 나의 혼합전략 최적대응

예) (95-99쪽) 조정게임에서 경기자 2가 전략 1과 2를 각각 σ_{21}, $1-\sigma_{21}$의 확률로 이용할 때, $\sigma_2 = (\sigma_{21}, 1-\sigma_{21})$

경기자 1이 순수전략 1을 이용할 때 보수 $u(h^1, x) = 1 \times \sigma_{21} + 0 \times (1-\sigma_{21}) = \sigma_{21}$

경기자 1이 순수전략 2를 이용할 때 보수 $u(h^2, x) = 0 \times \sigma_{21} + 2 \times (1-\sigma_{21}) = 2(1-\sigma_{21})$

$\sigma_{21} > 2/3$이면 경기자 1의 순수전략 최적대응은 전략 1, 또는 혼합전략 최적대응은 $(1,0)$

$\sigma_{21} < 2/3$이면 경기자 1의 순수전략 최적대응은 전략 2, 또는 혼합전략 최적대응은 $(0,1)$

$\sigma_{21} = 2/3$이면 경기자 1은 어떤 전략을 선택해도 같은 보수($=2/3$)를 얻으므로, 두 전략을 일정한 확률로 이용해도 된다. 즉 $(\sigma_{11}, 1-\sigma_{11})$이 경기자 1의 혼합전략 최적대응

경기자 2도 경기자 1의 혼합전략에 대한 최적대응을 똑같이 구할 수 있으며, 두 경기자의 반응곡선의 교점들이 NE가 된다. (98쪽 그림 3.4 참고)

NE를 구하는 과정뿐 아니라 상대가 NE에 따라 행동할 것이라고 보장할 수 있는가?
- 각 경기자는 자신과 상대의 보수구조를 모두 알고 있어야 한다는 가정
- 각 경기자는 자신과 상대가 모두 합리적(즉 최대 보수를 추구)이라는 가정
- 덧붙여, 두 경기자가 모두 합리적이라는 것을 두 경기자가 모두 알고 있다는 가정 등이 필요

"진화적" 게임이론을 통해 경기자들에게 부과된 합리성 가정 없이 균형에 도달할 수 있다.

게임이론	**진화론**
경기자 개인	수많은 개체의 군집
전략 집합	유전자 집합
보수	적합도
합리적 선택 (최대 보수를 주는 전략 선택)	자연 선택 (최대 적합도를 주는 유전자 선택)
내쉬균형	진화적 균형

제2부 진화적 안정성 및 동학적 분석

진화적 안정성: 집단 전체가 동일한 전략 x를 쓰고 있을 때, 이와 다른 새로운 전략 y를 가진 개체들이 전체 인구 중 μ의 비율로 나타났을 때, 새 전략이 집단 내에 퍼지지 못하는 상황, 이때 x를 진화적으로 안정한 전략(ESS)라 부른다.
- x의 y에 대한 진화적 안정성의 조건
$(1-\mu)u(x,x)+\mu u(x,y) > (1-\mu)u(y,x)+\mu u(y,y)$
- μ가 충분히 작다면, 다음처럼 조건 분리 가능
1. $u(x,x) > u(y,x)$
2. 만일 $u(x,x)=u(y,x)$이면, $u(x,y) > u(y,y)$

예) 조정게임의 혼합전략 내쉬균형 중 $x=(1,0)$이고 $y=(p,1-p)$일 때,
$u(x,x)=1 > u(y,x)=1\times p+0\times(1-p)=p$이므로 x는 ESS
$x=(0,1)$일 때,
$u(x,x)=2 > u(y,x)=0\times p+2\times(1-p)=2(1-p)$이므로 x는 ESS
$x=(2/3,1/3)$일 때, $u(x,x)=u(y,x)$이므로,
$u(x,y)=1\times p\times 2/3+2\times(1-p)\times 1/3=2/3$
$u(y,y)=1\times p^2+2\times(1-p)^2$
$u(x,y)-u(y,y)=-3(p-2/3)^2 \le 0$이므로 x는 ESS가 아니다.

추가 언급
1. ESS는 일단 도달한 NE의 안정성을 평가하는 '정태적 개념'이다.
2. 동시에 여러 새로운 전략이 나타나는 상황은 배제한 개념이다.

복제자 동학: 보수가 높은 전략을 택하는 개체수는 늘어나고, 보수가 낮은 전략을 택하는 개체수는 줄어든다.
순수전략 i를 가진 개체의 비율을 x_i라고 할 때, 이 비율은 그 전략의 평균보수에 비례하여 변한다.

$$x'_i=\frac{x_i u(h^i,x)}{u(x,x)},\ \Delta x_i = x'_i - x_i = \frac{x_i}{u(x,x)}[u(h^i,x)-u(x,x)]$$

평균보수에 비례하여 변하는 게 순수전략 i를 가진 개체수의 비율이 아니라 개체수 그 자체일 때,

$$x_i(t)=\frac{n_i(t)}{\sum_i n_i(t)},\ \dot{n_i}=[\beta+u(h^i,x)-\delta]n_i,\ \dot{x_i}=x_i[u(h^i,x)-u(x,x)]$$

예) 조정게임에서 집단 내에 순수전략 1과 2를 쓰는 개체의 비율은 각각 x_1, $1-x_1$
$u(h^1,x)=x_1$, $u(h^2,x)=2(1-x_1)$, $u(x,x)=x_1 u(h^1,x)+(1-x_1)u(h^2,x)=x_1^2+2(1-x_1)^2$
$\dot{x_1}=x_1[u(h^1,x)-u(x,x)]=x_1(1-x_1)(3x_1-2)$
세 개의 균형이 존재: 0, 2/3, 1. 각 균형의 안정성 분석

[비교] 비선형 동역학의 상태공간, 끌개, 고정점, 안정성 분석, 끌림 영역 등